

Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab.

Mathematisk-fysiske Meddelelser. **III**, 3.

ET METALS FORDAMPNINGS- HASTIGHED I EN LUFTART

AF

SOPHUS WEBER



KØBENHAVN

HOVEDKOMMISSIONÆR: ANDR. FRED. HØST & SØN, KGL. HOF-BOGHANDEL.

BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI

1920

§ 1. Et Stofs Fordampningshastighed under forskellige fysiske Omstændigheder har tidligere været Genstand for en Række Undersøgelser, idet man baade har undersøgt Fordampningshastigheden i Vakuum¹ og i en Luftatmosfære,² naar denne er i Temperaturligevægt med det fordampende Stof. Da det imidlertid ogsaa er af stor Betydning at kende et Stofs Fordampningshastighed samt dennes Afhængighed af Luftartens Tryk og fysiske Egenskaber, naar der er Forskel mellem Stoffets og den omgivende Luftarts Temperatur, skal jeg i det følgende prøve paa at behandle dette Spørgsmaal. Dette Problems Løsning har ogsaa Interesse for Glødelampeindustrien, siden man i de saakaldte Halv wattlamper omgiver Glødelegemet med en Luftart for at formindske dettes Fordampning. Paa denne Maade forhindres det nemlig, at Wolfram molekylerne, saaledes som i Vakuumlampen, flyver retlinet hen til Glasvæggen; i Stedet herfor foregaar der i Halv wattlampen en Diffusion af Wolfram molekyler gennem den omgivende Luftart.

Havde vi nu her at gøre med en stillestaaende Luftart, var Problemet ganske simpelt. I dette Tilfælde vilde Wolfram molekylernes Diffusionshastighed, og altsaa ogsaa Glødelegemets Vægttab, være omvendt proportional med Luftartens Tryk, men dette gælder naturligvis ikke her, da

¹ MARTIN KNUDSEN: Ann. d. Ph. 47, p. 697, 1915. I. LANGMUIR: Ph. Review. 2, p. 329, 1913.

² J. STEFAN: Wien. Ber. 83, p. 943, 1881. J. v. PALLICH: Wien. Ber. 106, p. 384, 1897.

Glødelegemetets højere Temperatur giver Anledning til Strømninger i Luftarten, og disse gør ogsaa deres Indflydelse gældende paa Diffusionens Forløb.

For at undersøge, hvorledes Fordampningshastigheden herved forandres, maa vi først beregne disse Strømninger og derpaa deres Indflydelse paa Diffusionen, men netop Beregningen af de Strømninger, som opstaar ved den frie Konvektion, er et saa vanskeligt matematisk Problem, at det endnu ikke er lykkedes at gennemføre den matematiske Behandling^{1,2}.

I et enkelt Tilfælde er det imidlertid muligt at undersøge dette med Tilnærmelse, idet vi gør Brug af forskellige Antagelser, som L. LORENZ³ har anvendt ved Beregningen af en vertikal Plades Varmetab, naar denne afkøles frit i Luften.

§ 2. Lad os betragte en uendelig bred, lodret staaende Plade (Fig. 1), hvis Højde er H , og hvis Temperatur er

¹ Sml. A. OBERBECK: Ann. d. Ph. VII, 1879. p. 271.

² Beregning af et Legemes Varmetab i strømmende Vædsker er behandlet af BOUSSINESQ (Théorie analytique de la chaleur, II, 1903) og af A. RUSSELL (Ph. Mag. 20, 1910, p. 591). Gaaende ud fra at Vædsken er diatherman, gnidningsfri og usammentrykkelig, samt at Strømningens Forløb ikke forandres ved Temperaturfaldet, kan BOUSSINESQ gennemføre den matematiske Behandling i enkelte Tilfælde. Gaar man ud fra de samme Forudsætninger, er det ogsaa muligt at beregne Legemetets Fordampningshastighed. Man finder saaledes, hvis man betragter en Cylinder, som har Diametren $2r$, og som befinder sig i en strømmende Luftart eller Vædske, hvis Strømningsretning er vinkelret paa Cylinderens Akse, og hvis Strømningshastighed i stor Afstand fra Cylinderen er w , at den fra Cylinderens Overflade bortdiffunderede Mængde, h , pr. cm^2 og per sec. er bestemt ved:

$$h = \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{w \cdot D}{\pi \cdot r}} \cdot \sigma_0,$$

hvor D er Diffusionskoefficienten og σ_0 Concentrationen ved Cylinderens Overflade. Jeg skal imidlertid i en senere Afhandling komme nærmere ind paa disse Beregninger.

³ L. LORENZ: Ann. d. Ph. XIII, 1881, p. 582.

$T + \theta_0$, medens den omgivende Lufts Temperatur i uendelig Afstand fra Pladen er T . Med LORENZ kan vi nu med Tilnærmelse antage, at de opstaaede Strømninger kun foregaar vertikalt, altsaa parallelt med Pladen, og at Strømningshastigheden, w , alene afhænger af Afstanden fra Pladen, altsaa alene afhænger af x -Koordinaten. I dette Tilfælde er

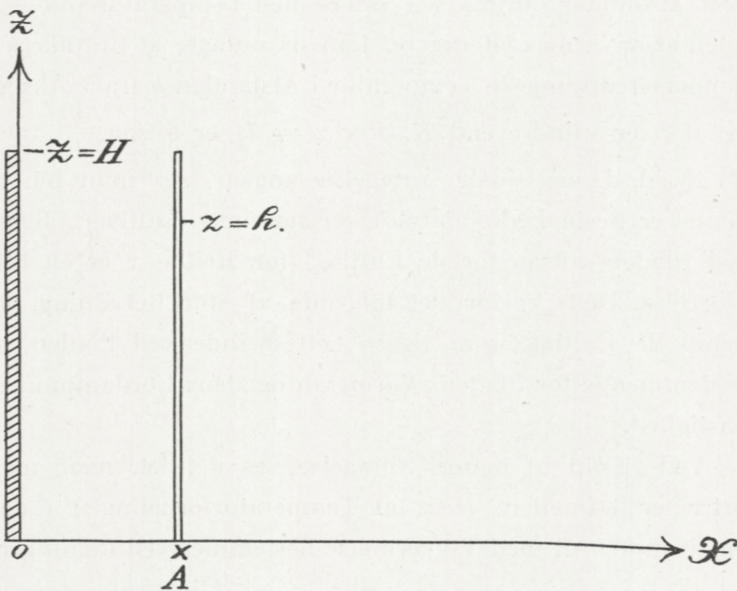


Fig. 1.

Strømningen i den stationære Tilstand bestemt ved følgende Ligning:

$$\eta \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} = (\rho_x - \rho_\infty) \cdot g,$$

hvor η betegner Luftartens indre Gnidning og ρ dens Vægtfylde.

Hvis θ ikke er for stor i Sammenligning med T , finder vi med Tilnærmelse heraf:

$$\eta \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} = (\rho_x - \rho_\infty) \cdot g = \div \rho_\infty \cdot g \cdot \frac{\theta}{T} \quad (1)$$

Lad os nu undersøge, hvorledes det gaar med Temperaturen af den omgivende Luft. Betragter vi en lille Luftmasse, som stiger til Vejrs i Punktet A , har denne i dette Punkt Temperaturen T . Under Strømningen stiger nu denne Luftmasses Temperatur og vedbliver at stige, indtil den har opnaaet sin højeste Temperatur, $T + \theta$. Naar dette er sket, strømmer Luftmassen videre med Temperaturen $T + \theta$ uden at opvarmes yderligere. Lad os antage, at Luftmassen har naaet sin højeste Temperatur i Afstanden h fra x -Aksen, og at h er mindre end H . For $z = H$, er altsaa $\frac{d\theta}{dz} = 0$.

Hvad denne sidste Antagelse angaar, ser man let, at denne er desto bedre opfyldt, jo nærmere Luftlaget ligger ved Pladen, altsaa for de Luftlag, for hvilke x er en lille Størrelse. Dette er for det følgende af stor Betydning, da netop de Luftlag, som ligger tættest inde ved Pladen, er bestemmende for Pladens Varmetab og dens Fordampningshastighed.

Ved Hjælp af denne Antagelse ses det let, naar man betragter Lamellen, Hdx , at Temperaturfordelingen i den omgivende Luft med Tilnærmelse bestemmes ved Ligningen:

$$w \cdot \rho_x \cdot c_p (T + \theta - T) = k \cdot \frac{d^2\theta}{dx^2} \cdot H$$

eller

$$\rho_x \cdot c_p \cdot w \cdot \theta = k \cdot H \cdot \frac{d^2\theta}{dx^2}, \quad (2)$$

hvor k er Luftartens Varmeledningsevne og c_p dens Varmefylde.

Da ρ_x , k og η er bekendte Funktioner af Temperaturen, kan man nu indsætte disses Middelværdier i Ligningerne (1) og (2).

I dette Tilfælde bliver Differentialligningerne (1) og (2)

$$0 = g \cdot \frac{\theta}{T} + \frac{\eta}{\rho} \cdot \frac{d^2w}{dx^2} \quad (3)$$

$$\text{og} \quad \theta \cdot w = \frac{k}{\rho \cdot c_p} \cdot H \cdot \frac{d^2\theta}{dx^2} \quad (4)$$

med Grænsebetingelserne:

$$\begin{aligned} x = 0, \quad w = 0, \quad \theta = \theta_0 \\ x = \infty, \quad w = 0, \quad \theta = 0, \quad \frac{d\theta}{dx} = 0, \quad \frac{dw}{dx} = 0. \end{aligned}$$

Transformerer vi Ligningerne (3) og (4) ved Hjælp af $x = \alpha \cdot x_1$, $w = \beta \cdot w_1$ og $\theta = \theta_0 \cdot \theta_1$ faas, naar

$$\begin{aligned} \alpha = \sqrt[4]{\frac{\eta \cdot k \cdot H \cdot T}{\rho^2 \cdot c_p \cdot g \cdot \theta_0}} \quad \text{og} \quad \beta = \sqrt{\frac{k \cdot g \cdot H \cdot \theta_0}{\eta \cdot c_p \cdot T}}, \\ 0 = \theta_1 + \frac{d^2w}{dx_1^2} \quad \text{og} \quad \theta_1 \cdot w_1 = \frac{d^2\theta_1}{dx_1^2}. \quad (5) \quad \text{og} \quad (6) \end{aligned}$$

Grænsebetingelserne bliver efter Transformationen:

$$\begin{aligned} x_1 = 0 \quad w_1 = 0 \quad \theta_1 = 1 \\ x_1 = \infty \quad w_1 = 0 \quad \theta_1 = 0. \end{aligned}$$

Ved denne Transformation har man altsaa opnaaet, at der kun optræder Talkoefficienter i Ligningerne, samt at alle Grænseværdier er rene Tal; heraf følger, at der i disse Ligningers Integraler ogsaa kun kan forekomme Talkoefficienter. Disse Integraler kan derfor fremstilles ved Potensrækker i x_1 , hvis Koefficienter alle er rene Tal.

Da imidlertid $\theta \doteq 0$ for $x_1 = \infty$, er det simplere at transformere Ligningerne (5) og (6) ved Hjælp af

$$x_1 = \log_{\text{nat}} \frac{1}{1-y}.$$

Ligningerne (5) og (6) bliver da:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\theta_1}{dy^2}(1-y)^2 - \frac{d\theta_1}{dy}(1-y) = \theta_1 \cdot w_1 \\ \frac{d^2w_1}{dy^2}(1-y)^2 - \frac{dw_1}{dy}(1-y) + \theta_1 = 0. \end{aligned}$$

Integralerne for disse Ligninger kan nu skrives:

$$\theta_1 = 1 + b_1 y + b_2 y^2 + \dots + b_n y^n + \dots$$

og $w_1 = a_1 y + a_2 y^2 + \dots + a_n y^n + \dots$

hvor $a_1, a_2, a_3 \dots$ og $b_1, b_2, b_3 \dots$ alle er rene Tal.

Grænsebetingelserne er her:

$$y = 0 \quad w_1 = 0 \quad \theta_1 = 0$$

$$y = 1 \quad w_1 = 0 \quad \theta_1 = 1$$

Koefficienterne $a_1, a_2, a_3 \dots, b_1, b_2, b_3 \dots$ kan nu bestemmes ved Tilnærmelser, idet man hver Gang tager flere og flere Led i Rækkeudviklingerne med. Heraf findes:

$$w_1 = 0,587 y - 0,207 y^2 - 0,204 y^3 - \dots$$

Sætter vi $\psi = \frac{k}{c_p \cdot \eta}$ (for enatomige Luftarter er $\psi = 1,5$), faas:

$$w = \frac{\beta}{\alpha} \cdot w_1 = \sqrt[4]{\frac{H \cdot g^3 \cdot \theta_0^3}{\psi \cdot T^3}} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{\eta}} (0,59 x - 0,50 x^2 - \dots).$$

Ved Hjælp af dette Udtryk kan Hastighedens Afhængighed af Afstanden fra Pladen undersøges. I kort Afstand fra Pladen, $x = \text{ca. } 0,6$, har Hastigheden, saaledes som man ogsaa maatte vente, et Maximum¹.

§ 3. Da vi nu har fundet et Udtryk for de ved Konvektionen opstaaede Strømninger, kan vi gaa over til at undersøge disses Indflydelse paa Diffusionen. Lad os igen betragte Pladen H i den stationære Tilstand. I dette Tilfælde faar vi, at Diffusionens Forløb bestemmes ved Differentialligningen:

$$w \cdot \frac{d\sigma}{dz} = D \left(\frac{d^2\sigma}{dx^2} + \frac{d^2\sigma}{dz^2} \right) \quad (7)$$

hvor σ betegner Concentrationen i Punktet (x, z) og D Diffusionskoefficienten. Grænsebetingelserne er her:

¹ Beregner man ved Hjælp af det foregaaende Udtrykket $-k \left(\frac{d\theta}{dx} \right)_{x=0}$, findes naturligvis LÖRENZ'S bekendte Formel for Varmetabet for en Plade, som afkøles frit i Luften.

$$\begin{aligned} x = \infty \quad w = 0 \quad \frac{d\sigma}{dx} = 0 \quad \sigma = 0 \\ x = 0 \quad w = 0 \quad \sigma = \sigma_0 \end{aligned}$$

hvor Værdien for σ_0 i dette Tilfælde kan beregnes af den kendte Værdi for Metallets Damptryk¹.

For at integrere Ligning (7) maa vi, nu gøre den Antagelse, at alene de Luftlag, som ligger tættest inde ved Pladen, er af Betydning for Diffusionens Forløb². Er dette nemlig Tilfældet, kan vi se bort fra de højere Potenser af x i Udtrykket for w .

Hvis vi desuden ser bort fra Diffusionen i Strømningens Retning, hvad sikkert er tilladt, da Størrelsen $D \cdot \frac{d^2\sigma}{dz^2}$

¹ MARTIN KNUDSEN: Ann. d. Ph. 47, 1915, p. 697, I. LANGMUIR: Ph. Z. 1913, p. 1273.

² At denne Antagelse er berettiget, kan man let paavise for Varmetabets Vedkommende. Af denne Forudsætning følger nemlig, at to parallelle Traade, som begge afkøles frit i Luften, kun paavirker hinandens Varmetab, naar de bringes meget tæt til hinanden. At dette virkelig er Tilfældet, paavises let experimentelt f. Eks. ved at nærme to parallelle glødende Traade til hinanden eller ved at undersøge Varmetabet for en Spiral, som rækkes længere og længere ud. Paa denne Kendsgerning synes det, at LANGMUIR (Phys. Rev. 34, 1912, p. 401) har bygget sin Arbejdshypothese, i Følge hvilken Konvektionen virker ganske paa samme Maade, som om Varmeafgivelsen alene foregaar ved Ledning i et »stationært« Lag inde ved den varme Traads Overflade. Denne Arbejdshypothese, som han har udarbejdet nærmere, gengiver temmelig godt Maalingerne for glødende Traades Varmetab. Overensstemmelsen hidrører imidlertid for en stor Del fra, at han bestemmer den ubekendte Størrelse, Lagets Tykkelse, ved Hjælp af de experimentelle Maalinger. Man kunde derfor ogsaa tænke sig, at LANGMUIRS Teori kunde gengive Diffusionens Forløb, men det viser sig hurtigt, at dette ikke er Tilfældet. Anvender man nemlig de Værdier, som LANGMUIR ved Hjælp af Varmetabet har fundet for det stationære Lags Tykkelse, viser det sig, at man ved Atmosfæretryk finder Værdier for Fordampningshastigheden, som er ca. 7 Gange for smaa (sml. senere). Da desuden Fordampningshastighedens Afhængighed af Trykket heller ikke stemmer med Forsøgene, skal jeg ikke her komme nærmere ind paa LANGMUIRS Theori. Jeg haaber imidlertid senere at komme tilbage hertil i Forbindelse med LORENZ's Beregning af en Plades Varmetab.

i næsten alle Tilfælde er meget lille i Forhold til Størrelsen $w \cdot \frac{d\sigma}{dz}$, gaar Ligning (7) over til:

$$m \cdot x \cdot \frac{d\sigma}{dz} = D \cdot \frac{d^2\sigma}{dx^2}, \quad (8)$$

hvor m er bestemt ved det ovenfor fundne Udtryk for w .

Sættes i Ligning (8) $\sigma = \omega(x) \cdot e^{-pz}$, faas en Ligning for ω , som kan løses ved Hjælp af Cylinderfunktioner, men vi kan her gaa en hurtigere Vej, idet vi indfører en ny Variabel

$$y = x \sqrt[3]{\frac{m}{D \cdot z}},$$

herved bliver Ligning (8)¹

$$\frac{d^2\sigma}{dy^2} + \frac{y^2}{3} \cdot \frac{d\sigma}{dy} = 0$$

hvoraf

$$\sigma = A + B \cdot \int e^{-\frac{1}{9}y^3} dy.$$

Da Grænsebetingelserne er

$$\begin{aligned} y = 0 \quad \sigma &= \sigma_0 \\ y = \infty \quad \sigma &= 0, \quad \frac{d\sigma}{dy} = 0 \end{aligned}$$

faas $A = 0$ og $\sigma = B \int_{\infty}^y e^{-\frac{1}{9}y^3} dy$.

Integralets underste Grænse maa være ∞ , da $\sigma = 0$ for $x = y = \infty$. Desuden er da ogsaa Betingelsen $\sigma = 0$ for $z = 0$ tilfredsstillet, thi for $z = 0$ er $y = \infty$.

Da endvidere $\sigma = \sigma_0$ for $y = 0$, faas:

$$B = \frac{\sigma_0}{\int_{\infty}^0 e^{-\frac{1}{9}y^3} dy} = -\frac{\sigma_0}{\sqrt[3]{9} \cdot \Gamma(1 + \frac{1}{3})},$$

hvor $\Gamma(1 + \frac{1}{3}) = \pi(\frac{1}{3}) = 0,893$.

¹ Ligningen $\frac{d^2\sigma}{dx^2} = m \cdot x^n \cdot \frac{d\sigma}{dz}$ kan integreres paa samme Maade, idet man sætter $y = x \cdot \sqrt{\frac{n+2}{m}}$.

Vi faar altsaa:

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{\sqrt[3]{9} \Gamma(1 + \frac{1}{3})} \int_y^\infty e^{-\frac{1}{9} y^3} dy = \frac{\sigma_0}{\Gamma(1 + \frac{1}{3})} \cdot \int_{\varphi = x \sqrt[3]{\frac{m}{9D \cdot z}}}^\infty e^{-\varphi^3} d\varphi,$$

idet vi har indført den nye Variable $\varphi = \frac{y}{\sqrt[3]{9}} = x \sqrt[3]{\frac{m}{9D \cdot z}}$.

Er dQ den Mængde, som føres bort fra Fladeelementet, $1 \times dz$, i Tidsenheden, findes:

$$dQ = -D \cdot \left(\frac{d\sigma}{dx} \right)_{x=0} \cdot dz = -D \cdot \frac{\sigma_0}{\Gamma(1 + \frac{1}{3})} \cdot dz \cdot \left(\frac{d}{dx} \int_{\varphi = x \sqrt[3]{\frac{m}{9Dz}}}^\infty e^{-\varphi^3} d\varphi \right)_{x=0}$$

hvoraf

$$dQ = -\frac{D\sigma_0}{\Gamma(1 + \frac{1}{3})} \cdot \sqrt[3]{\frac{m}{9Dz}} \cdot dz.$$

Heraf findes¹

$$Q = \int_{z=0}^{z=H} dQ = \frac{\sqrt[3]{3}}{2} \cdot \frac{1}{\Gamma(1 + \frac{1}{3})} \cdot \sigma_0 \cdot m^{1/3} \cdot D^{2/3} \cdot H^{2/3},$$

hvor

$$m = 0,59 \sqrt[4]{\frac{H \cdot g^3 \cdot \theta_0^3}{\psi \cdot T^3}} \sqrt{\frac{\rho_1}{\eta}} \sqrt{p},$$

idet ρ_1 betegner Luftartens Vægtfylde ved Trykket 1 Dyn/cm^2 og p dennes Tryk.

§ 4. Vi skal nu gaa over til at betragte Diffusionskoefficienten D . Ved Integrationen af Ligning (8) har vi an-

¹ Den almindelige Løsning af det her behandlede matematiske Problem er som bekendt givet af FOURIER i hans Undersøgelser over Varmeledningen, medens den her givne specielle Løsning af denne Randværdiopgave og ovenstaaende Formel først er afledet og nærmere udarbejdet af H. C. BURGER i hans Dissertation: Oplossen en Groien van Kristallen, Utrecht, 1918. Saaledes som DR. BURGER ogsaa har meddelt mig, er det muligt at naa det her vundne Resultat, nemlig at Fordampningshastigheden er proportional med \sqrt{p} , ved Hjælp af en Dimensionsbetragtning (smln. H. C. Burger: Proc. Kon. Akad. van. Wet. Amsterdam, Vol. XXI, No. 3, p. 271.)

taget, at D er uafhængig af Concentrationen σ . Dette er i det simple Tilfælde, hvor Metallens Damptryk er forsvindende i Sammenligning med Trykket af den omgivende Luftart, ogsaa rigtigt, idet vi i dette Grænsetilfælde ifølge den almindelige kinetiske Teori (O. E. MEYER) finder:¹

$$D = \frac{1}{3} \Omega_1 \cdot \lambda_1,$$

hvor Ω_1 er Metalmolekylernes Middelhastighed og λ_1 deres frie Middelvejtlængde i Blandingen. Da Metalmolekylernes Antal pr. cm^3 kan antages at være forsvindende i Sammenligning med den omgivende Lufts Antal Molekyler pr. cm^3 , faas, naar denne sidste Størrelse kaldes n ,

$$\lambda_1 = \frac{1}{\pi \left(\frac{s_1 + s_2}{2} \right)^2 \cdot n \cdot \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1}}}$$

hvor m_1 , m_2 , s_1 og s_2 henholdsvis betegner Molekularvæg-

¹ Ved Afledningen af denne Formel forudsættes, at Middelvejtlængden er lille i Forhold til Apparatets Dimensioner, d . Er dette ikke Tilfældet, maa λ_1 erstattes med et Udtryk af Formen: $\frac{\lambda_1}{1 + k \cdot \frac{\lambda_1}{d}}$, idet vi her faar

en Korrektion, som er analog med Glidningen og Temperaturspringet. Betragter vi nu en Blanding af en let og en tung Luftart f. Eks. Argon og Helium, ses let, at denne Korrektion er relativt større ved stort Procentindhold He end for stort Procentindhold Argon. Denne Korrektion er dog næppe tilstrækkelig til at forklare Diffusionskoefficientens Variation med Blandingsforholdet, saaledes som denne er funden i Forsøgene, da disse er foretaget med et Rør, hvis Diameter var 9 mm og ved et Totaltryk paa 1 Atm. (sml. LONIUS: Ann. d. Ph. XXIX, 1909, p. 664). Ved lavere Tryk eller smaa Dimensioner kan Korrektionen imidlertid blive meget betydelig, idet man dog maa lægge Mærke til, at Diffusionen antager en ganske anden Karakter, hvis den frie Middelvejtlængde bliver stor i Forhold til Apparatets Dimensioner. I dette Tilfælde maa de to Luftarter bevæge sig uafhængigt af hinanden, og Strømningerne maa da foregaa ifølge Lovene for Molekularstrømningen (sml. MARTIN KNUDSEN: Ann. d. Ph. 28, 1909, p. 114).

tene og Molekulardiametrene for Metallet og den omgivende Luftart.

Vi faar altsaa ifølge O. E. MEYER's Teori

$$D = \frac{1}{3\pi} \cdot \frac{1}{\left(\frac{s_1 + s_2}{2}\right)^2} \cdot \frac{1}{n} \cdot \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}} \cdot \Omega_1.$$

Da det imidlertid har vist sig, at O. E. MEYER's Teori for Diffusionen stemmer mindre godt med Erfaringen, skal jeg her sammenligne denne Formel med den, som afledes ved at anvende den MAXWELL-STEFAN'ske Teori, der er udvidet af LANGEVIN og CHAPMAN¹. Heraf findes

$$D = \frac{3}{32} \cdot \frac{1}{\left(\frac{s_1 + s_2}{2}\right)^2} \cdot \frac{1}{n} \cdot \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_2}} \cdot \Omega_1.$$

Det er ikke uden Interesse at lægge Mærke til, at vi i Følge den simple kinetiske Teori faar en principielt anden Afhængighed af de to Stoffers Molekularvægte end den, man finder ifølge den eksaktere Teori. Indfører man imidlertid i O. E. MEYER's Teori Persistenskoefficienten, α_{12} , finder man ifølge JEANS¹ i det her betragtede Grænsetilfælde:

$$D = \frac{1}{3\pi} \cdot \frac{1}{\left(\frac{s_1 + s_2}{2}\right)^2} \cdot \frac{1}{n} \cdot \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_2}} \cdot \Omega_1 \cdot \frac{1}{1 + \alpha_{12}},$$

hvor

$$1 > \frac{1}{1 + \alpha_{12}} > \frac{3}{4}.$$

I dette Tilfælde findes altsaa ganske samme Afhængighed af m_1 og m_2 som i den MAXWELL-STEFAN'ske Teori. Vi skal derfor i det følgende henholde os til den CHAPMAN'ske Formel. Vi kan skrive denne lidt simplere, idet vi indfører

¹ Sml. for disse Formlers Vedkommende: JEANS: Kinetic theory of gases, 1916, p. 323.

λ_2 , Middelveljlængden af den omgivende Luftart. Vi har nemlig:

$$\lambda_2 = \frac{1}{\pi\sqrt{2} \cdot n \cdot s_2}$$

og altsaa

$$D = \frac{3\pi\sqrt{2}}{32} \cdot \left(\frac{2s_2}{s_1 + s_2}\right)^2 \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_2}} \cdot \Omega_1 \cdot \lambda_2,$$

hvor

$$p \cdot \lambda_2 = \frac{\sqrt{\pi}}{0,30967\sqrt{8}} \cdot \frac{\eta}{\sqrt{\rho_2}}, \quad \text{medens } \Omega_1 = \sqrt{\frac{8}{\pi \cdot \chi_1}},$$

hvor χ_1 er Metaldampenes Vægtfylde ved Trykket $1^{\text{Dyn/cm}^2}$ og ved den paagældende Temperatur.

I Udtrykket for D er nu alle Størrelser bekendt med Undtagelse af s_1 , idet s_2 kan antages som temmelig godt kendt. Vi kan imidlertid skønne en højere Grænse for denne Størrelse paa følgende Maade: Lad os antage, at vi har med Wolfram at gøre; i et Grammolekyle, 184 gr, befinder der sig $6,12 \cdot 10^{23}$ Molekyler. Da endvidere Wolframets Vægtfylde er 18,7, findes der altsaa i een cm^3 fast Wolfram $\frac{18,7}{184} \cdot 6,12 \cdot 10^{23} = 6,22 \cdot 10^{22}$ Molekyler. Antager vi, at Molekylerne er haarde Kugler med Diametren s_1 , og pakker vi dem saa tæt som muligt sammen, faas:

$$6,22 \cdot 10^{22} \cdot s_1^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \leq 1$$

eller

$$s_1 \leq 2,84 \cdot 10^{-8}.$$

§ 5. Vi kender nu alle Størrelser, som indgaar i Udtrykket for Q , og kan altsaa undersøge, hvorledes Q varierer med den omgivende Lufts Tryk, p , og fysiske Egenskaber. Lad os først undersøge Variationen med Trykket. Af Udtrykket for Q findes:

$$Q \propto m^{1/2} \cdot D^{3/2} \propto (\sqrt{p})^{1/2} \cdot \left(\frac{1}{p}\right)^{3/2} \propto \frac{1}{\sqrt{p}}.$$

For samme Luftart maa man altsaa vente at finde:

$$Q \cdot \sqrt{p} = \text{konstant.}$$

Denne Relation kan vi prøve, idet E. OOSTERHUIS¹ har maalt Fordampningshastigheden i en Kvælstof- og i en Argonatmosfære for en Wolframtraad, hvis Temperatur holdtes konstant. Sættes Fordampningshastigheden i Vakuum lig 100, fandtes følgende Værdier:

Tryk p i cm Hg	Fordampningshastighed		$M_1 \sqrt{p}$	$M_2 \sqrt{p}$
	M_1 i N_2	M_2 i Ar		
0	100	100	—	—
1	35	—	35	—
2	27	—	38	—
5	15,5	8,5	34,6	19
10	—	6,8	—	21,5
20	7,8	4,5	34,8	20
40	5,4	—	34,2	—
41,5	—	2,9	—	18,7
70	3,3 [4,0]	—	27,8 [34]	—
73	—	1,2 [2,3]	—	8,5 [19,7]

I de tre første Kolonner findes OOSTERHUIS's Maalinger og i 4^{de} og 5^{te} Kolonne de heraf beregnede Værdier for $M\sqrt{p}$. Det viser sig altsaa, at Fordampningen i Kvælstof og Argon virkelig er omvendt proportional med \sqrt{p} , saaledes som Formlen angiver. Afvigelsen i Kvælstof ved Atmosfæretryk er ikke større, end at denne kan forklares ved Forsøgsfejlene, som naturligvis er størst ved Atmosfæretryk, hvor Fordampningen kun er ringe. Det samme gælder for den sidste Værdi for Argon, selv om Afvigelsen her næppe helt kan forklares ved Forsøgsfejlene. Til Sammenligning findes i de firkantede Parenteser de Værdier, som man ifølge Formlen kunde have ventet.

Endvidere ses af Tabellen, at Forholdet mellem For-

¹ E. OOSTERHUIS: Verh. XVI Ned. Nat. — en Geneesk. Congres, 1917, p. 101.

dampningshastighederne i Argon og Kvælstof er $\frac{19,8}{35} = 0,56$, medens dette Forhold ifølge Formelen for Q findes lig med 0,89. Denne Afvigelse, som er temmelig betydelig, kan sandsynligvis forklares ved, at der foregaar kemiske Reaktioner mellem Wolfram- og Kvælstofmolekylerne, idet Wolfram-dampen med Kvælstof kan danne Forbindelsen WN_2 ¹. Herved findes naturligvis Fordampningshastigheden i Kvælstof for stor, og som Følge deraf Forholdet mellem Fordampningshastighederne i Argon og Kvælstof for lille.

¹ J. LANGMUIR: Amer. Chem. Soc. 35, 1913, p. 931.

Leiden 1919.
